

## Geometrie – Aufgabensammlung

### Abitur Basiskurs – Baden-Württemberg

#### G1) Gerade und Ebene

Gegeben sind die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

und die Ebene

$$E: 2x + y - z = 5.$$

- a) Prüfen Sie die Lagebeziehung.
- b) Bestimmen Sie ggf. den Schnittpunkt.
- c) Bestimmen Sie den Schnittwinkel.
- d) Bestimmen Sie eine Gerade in E, die orthogonal zu g ist.

#### G2) Dreieck im Raum

Gegeben sind die Pnkte  $A(1|0|0)$ ,  $B(3|2|0)$ ,  $C(2|1|4)$ .

- a) Zeigen Sie, dass ABC nicht rechtwinklig ist.
- b) Berechnen Sie die Fläche.
- c) Bestimmen Sie eine Ebenengleichung.
- d) Bestimmen Sie den Abstand von  $D(0|0|2)$  zur Ebene.

#### G3) Pyramide

Gegeben sind  $A(0|0|0)$ ,  $B(4|0|0)$ ,  $C(0|3|0)$ ,  $S(0|0|6)$ .

- a) Bestimmen Sie das Volumen.
- b) Bestimmen Sie die Höhe.
- c) Berechnen Sie die Mantelfläche.
- d) Bestimmen Sie den Mittelpunkt von SC.

## G4) Lage zweier Ebenen

$$E_1: x + y + z = 3$$

$$E_2: 2x + 2y + 2z = 6.$$

- a) Untersuchen Sie die Lagebeziehung.
- b) Bestimmen Sie ggf. eine Schnittgerade.
- c) Bestimmen Sie ggf. den Abstand.

## G5) Abstand windschiefer Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie:

- a) Lagebeziehung.
- b) Abstand.
- c) Punkte minimalen Abstands.

## G6) Spiegelung

$$E: x - 2y + z = 4$$

$$P(2|1|0).$$

Bestimmen Sie:

- a) Lotfußpunkt.
- b) Spiegelpunkt.
- c) Nachweis Mittelsenkrechte.

## G7) Winkelberechnung

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie:

- a) Winkel zwischen den beiden Vektoren.
- b) Orthogonalität.
- c) Einen Vektor, der orthogonal zu beiden ist.

## G8) Ebene durch Punkt und Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P(0|1|1).$$

Bestimmen Sie:

- a) Eine Ebenengleichung von g und P.
- b) Diese in Koordinatenform.
- c) Den Normalenvektor der Ebene.

## G9) Rechteck im Raum

$$A(1|1|0), B(4|1|0), C(4|3|2).$$

- a) Bestimmen Sie D.
- b) Die Fläche, die aufgespannt wird.
- c) Die Ebenengleichung von ABCD.

## G10) Würfel

A(0|0|0), B(3|0|0), D(0|3|0).

Bestimmen Sie:

- a) Den fehlenden Punkt C.
- b) Das Volumen des Würfels.
- c) Die Raumdiagonale von A zum gegenüberliegenden Eckpunkt.

### G11) Lotfußpunkt

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

P(3|0|1).

Bestimmen Sie:

- a) Den Lotfußpunkt von P auf g.
- b) Den Abstand von P zu g.
- c) Ebene E durch P, die orthogonal zu g ist.

### G12) Schnitt zweier Ebenen

$$E_1: x + 2y - z = 1$$

$$E_2: 2x - y + z = 4.$$

Bestimmen Sie:

- a) Schnittgerade.
- b) Winkel zwischen den Ebenen
- c) Einen Punkt auf der Schnittgerade.

### G13) Parallelogramm

A(1|0|0), B(3|1|2), C(2|2|1).

Bestimmen Sie:

- a) Den fehlenden Punkt D.
- b) Die Fläche ABCD.
- c) Ebenengleichung, der von ABCD aufgespannten Ebene E.

### G14) Spurpunkte einer Ebene

$$E: 2x + 3y - z = 6.$$

- a) Bestimmen Sie die Spurpunkte.
- b) Bestimmen Sie einen Normalenvektor.
- c) Bestimmen Sie den Abstand des Ursprungs.
- d) Skizzieren Sie die Lage qualitativ.

### G15) Abstand Punkt–Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P(3|0|2).$$

- a) Bestimmen Sie den Abstand von P zu g.
- b) Bestimmen Sie den Lotfußpunkt.
- c) Bestimmen Sie eine Ebene durch P, die orthogonal zu g ist.

### G16) Schnitt Gerade–Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie:

- a) Deren Lagebeziehung.

- b) Schnittpunkt, falls vorhanden (oder Begründung).
- c) Den Winkel, den die beiden Geraden einschließen.

### **G17) Ebene durch drei Punkte**

A(2|1|0), B(1|3|2), C(0|2|1).

Bestimmen Sie:

- a) Die Ebenengleichung E.
- b) E in Koordinatenform.
- c) Abstand von D(1|1|1) zu E.

### **G18) Winkel zwischen Gerade und Ebene**

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$E: x - y + z = 2.$$

Bestimmen Sie:

- a) Den Winkel zwischen g und E.
- b) Den Schnittpunkt S von E und g.
- c) Interpretieren Sie die Lage von g zu E.

### **G19) Volumen eines Tetraeders**

A(0|0|0), B(2|0|0), C(0|3|0), D(0|0|4).

Bestimmen Sie:

- a) Das Volumen, das aufgespannt wird.
- b) Die Grundfläche ABC.
- c) Die Höhe des Tetraeders.

## G20) Projektion

$$P(2|3|1)$$

$$E: x + 2y + z = 5.$$

Bestimmen Sie:

- a) Den Lotfußpunkt L.
- b) Den Abstand von P zu E.
- c) Den Spiegelpunkt P'.

## G21) Orthogonalität von Ebenen

$$E_1: x + y - z = 3$$

$$E_2: 2x - y + 4z = 5.$$

Bestimmen Sie:

- a) Den Winkel zwischen den beiden Ebenen
- b) Schnittgerade.
- c) Interpretation.

## G22) Parallele Ebenen

$$E: 3x - y + 2z = 4.$$

- a) Bestimmen Sie eine parallele Ebene durch  $P(1|2|3)$ .
- b) Abstand der Ebenen.
- c) Interpretieren Sie die Ergebnisse.

## G23) Rechteck – Flächenvergleich

$$A(0|0|0), B(4|0|0), C(4|3|1).$$

Bestimmen Sie:

- a) Den fehlenden Punkt D.

b) Die Fläche con ABCD

c) Vergleichen Sie die beiden Flächendiagonalen.

### **G24) Abstand zweier Ebenen**

$$E_1: x + y + z = 4$$

$$E_2: x + y + z = 10.$$

Bestimmen Sie:

a) Die Lagebeziehung der beiden Ebenen.

b) Den Abstand der beiden Ebenen

c) Interpretieren Sie die Ergebnisse

### **G25) Anwendungsaufgabe – Mast**

Eine Ebene E beschreibt einen Hang:  $2x + y - z = 0$ .

Ein Mast steht senkrecht auf dem Hang durch  $P(3|1|2)$ .

a) Bestimmen Sie die Richtung des Mastes.

b) Bestimmen Sie die Höhe bei Schnitt mit der z-Achse.

c) Interpretieren Sie die Ergebnisse