

Stochastik – Aufgabensammlung

Abitur Basiskurs – Baden-Württemberg

S1) Münzwürfe – Binomialverteilung

Eine faire Münze wird 12-mal geworfen.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau 7-mal Kopf fällt.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens 3-mal Kopf fällt.
- c) Bestimmen Sie Erwartungswert und die Standardabweichung.
- d) Interpretieren Sie den Erwartungswert im Sachzusammenhang.

S2) Trefferquote – Bernoulli-Kette

Ein Basketballspieler trifft einen Freiwurf mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,65.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für genau 8 Treffer bei 10 Würfen.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für mindestens 7 Treffer.
- c) Bestimmen Sie Erwartungswert und Standardabweichung.
- d) Begründen Sie kurz, warum ein Binomialmodell passend ist.

S3) Qualitätskontrolle – Stichprobe

In einer Produktion sind 4 % der Teile defekt. Es werden 25 Teile zufällig entnommen.

- a) Modellieren Sie die Anzahl der Defekte mit einer passenden Verteilung.
- b) Bestimmen Sie $P(\text{genau 2 Defekte})$.
- c) Bestimmen Sie $P(\text{höchstens 1 Defekt})$.
- d) Bestimmen Sie den Erwartungswert und interpretieren Sie ihn.

S4) Rücklaufquote – Marketing

Bei einer Werbeaktion reagieren 12 % der Angeschriebenen. Es werden 40 Personen angeschrieben.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 6 Personen reagieren.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 8 Personen reagieren.
- c) Bestimmen Sie Erwartungswert und Standardabweichung.
- d) Erläutern Sie, was mindestens in b) bedeutet.

S5) Baumdiagramm – Versandarten

Ein Online-Shop verschickt 70 % der Pakete mit Dienst A und 30 % mit Dienst B. Bei A kommen 2 % der Pakete verspätet an, bei B 5 %.

- a) Stellen Sie ein Baumdiagramm auf.
- b) Bestimmen Sie $P(\text{verspätet})$.
- c) Bestimmen Sie $P(B \mid \text{verspätet})$.
- d) Interpretieren Sie das Ergebnis aus c).

S6) Vierfeldertafel – Fitnesskurs

In einem Kurs sind 45 % Männer. 30 % der Männer und 20 % der Frauen besuchen zusätzlich ein Krafttraining.

- a) Erstellen Sie dazu eine Vierfeldertafel.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Krafttraining besucht.
- c) Bestimmen Sie $P(\text{Mann} \mid \text{Krafttraining})$.
- d) Prüfen Sie anhand der Tabelle, ob Geschlecht und Krafttraining unabhängig sind.

S7) Vierfeldertafel – Fehlzeiten

An einer Schule haben 18 % der Schüler mehr als 5 Fehlzeiten (Ereignis F).

Von den Schülern mit mehr als 5 Fehlzeiten bestehen 70 % die Klausur (Ereignis B).

Von den Schülern mit höchstens 5 Fehlzeiten bestehen 90 % die Klausur.

- a) Erstellen Sie dazu eine Vierfeldertafel.
- b) Bestimmen Sie $P(B)$.
- c) Bestimmen Sie $P(F | B)$.
- d) Interpretieren Sie c) und geben Sie eine kurze Aussage zum Zusammenhang an.

S8) Bedingte Wahrscheinlichkeit – Urne mit Zurücklegen

In einer Urne sind 3 rote und 7 blaue Kugeln. Es wird 5-mal mit Zurücklegen gezogen.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für genau 2 rote Kugeln.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für mindestens 1 rote Kugel.
- c) Bestimmen Sie Erwartungswert und Standardabweichung der Anzahl roter Kugeln.
- d) Begründen Sie kurz, warum Ziehen mit Zurücklegen zu einer Binomialverteilung führt.

S9) Urne ohne Zurücklegen – Hypergeometrisch verteilt

In einer Urne sind 6 rote und 4 blaue Kugeln. Es werden 3 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 2 rote Kugeln gezogen werden.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 blaue Kugel gezogen wird.
- c) Vergleichen Sie qualitativ mit dem Fall mit Zurücklegen.
- d) Erläutern Sie, warum hier kein Binomialmodell passt.

S10) Normalverteilung – Körpergröße

Die Körpergröße in einer Bevölkerung sei normalverteilt mit $\mu = 173$ cm und $\sigma = 7$ cm.

- a) Bestimmen Sie $P(X < 165)$.
- b) Bestimmen Sie $P(170 < X < 185)$.
- c) Bestimmen Sie das 90%-Quantil.
- d) Erläutern Sie kurz, was das 90%-Quantil bedeutet.

S11) Normalverteilung – Füllmenge

Die Füllmenge einer Maschine ist normalverteilt mit $\mu = 500$ ml und $\sigma = 8$ ml.

- a) Bestimmen Sie $P(X < 490)$.
- b) Bestimmen Sie $P(495 < X < 510)$.
- c) Bestimmen Sie die Füllmenge, die nur 5 % der Flaschen unterschreiten.
- d) Interpretieren Sie c) im Kontext Unterfüllung.

S12) Normalverteilung - Bearbeitungszeit

Die Bearbeitungszeit einer Aufgabe ist normalverteilt mit $\mu = 35$ min und $\sigma = 6$ min.

- a) Bestimmen Sie $P(X > 45)$.
- b) Bestimmen Sie $P(30 < X < 40)$.
- c) Bestimmen Sie die Zeit t , so dass 80 % der Personen schneller als t sind.
- d) Erläutern Sie, was σ hier aussagt.

S13) Binomial - Mindesttreffer

Ein Torwart hält einen Elfmeter mit Wahrscheinlichkeit 0,25. Es werden 8 Elfmeter geschossen.

- a) Bestimmen Sie $P(\text{genau 2 gehaltene Elfmeter})$.
- b) Bestimmen Sie $P(\text{mindestens 3 gehaltene Elfmeter})$.
- c) Bestimmen Sie den Erwartungswert.
- d) Beurteilen Sie die Aussage: Im Mittel hält der Torwart 2 Elfmeter.

S14) Binomial - Annahmebereich

Ein Gerät liefert in 90 % der Fälle ein korrektes Signal. Es werden 20 Signale beobachtet.

- a) Bestimmen Sie $P(\text{genau 18 korrekte Signale})$.
- b) Bestimmen Sie $P(\text{mindestens 18 korrekte Signale})$.
- c) Bestimmen Sie Erwartungswert und Standardabweichung.
- d) Ein Techniker reklamiert das Gerät, wenn weniger als 16 Signale korrekt sind. Bestimmen Sie die Reklamationswahrscheinlichkeit.

S15) Vierfeldertafel - Diagnosetest (konkret)

1 % der Bevölkerung ist krank (K). Ein Test hat Sensitivität 95 % und Spezifität 92 %.

- a) Erstellen Sie eine Vierfeldertafel für 10.000 getestete Personen.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Test positiv ist.
- c) Bestimmen Sie $P(K | \text{positiv})$.
- d) Interpretieren Sie c): Warum ist der Wert trotz guter Testgüte nicht sehr groß?

S16) Unabhängigkeit prüfen

Für zwei Ereignisse A und B gilt: $P(A)=0,6$, $P(B)=0,4$, $P(A \cap B)=0,18$.

- a) Bestimmen Sie $P(A \cup B)$.
- b) Prüfen Sie, ob A und B unabhängig sind.
- c) Bestimmen Sie $P(A | B)$.
- d) Interpretieren Sie das Ergebnis aus c) im Vergleich zu $P(A)$.

S17) Gegenwahrscheinlichkeit - Mindestens einmal

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bus pünktlich ist, beträgt 0,85. An 6 Tagen wird je ein Bus genommen.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Bus an allen 6 Tagen pünktlich ist.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Bus mindestens einmal unpünktlich ist.
- c) Bestimmen Sie Erwartungswert und Standardabweichung der Anzahl pünktlicher Tage.
- d) Begründen Sie, warum b) oft über die Gegenwahrscheinlichkeit gerechnet wird.

S18) Erwartungswert - Zufallsgewinn

Ein Los kostet 2 €. Mit Wahrscheinlichkeit 0,05 gewinnt man 30 €, sonst 0 €.

- a) Bestimmen Sie den Erwartungswert des Gewinns (Auszahlung minus Einsatz).
- b) Beurteilen Sie, ob das Spiel für den Spieler fair ist.

- c) Bestimmen Sie die Varianz der Auszahlung (ohne Einsatz).
- d) Interpretieren Sie die Varianz als Maß der Streuung.

S19) Binomial – Schätzwert

In einer Umfrage antworten erfahrungsgemäß 35 % der Angeschriebenen. Es werden 50 Personen angeschrieben.

- a) Bestimmen Sie $P(\text{genau } 20 \text{ Antworten})$.
- b) Bestimmen Sie $P(\text{mindestens } 20 \text{ Antworten})$.
- c) Bestimmen Sie Erwartungswert und Standardabweichung.
- d) Geben Sie ein Intervall an, in dem die Zahl der Antworten typischerweise liegt ($E \pm \sigma$, gerundet) und interpretieren Sie es.

S20) Normalverteilung – Notenpunkte

Die erreichten Punkte in einer Klausur seien normalverteilt mit $\mu = 7,5$ und $\sigma = 2,0$ (maximal 15 Punkte).

- a) Bestimmen Sie $P(X \geq 10)$.
- b) Bestimmen Sie $P(5 \leq X \leq 9)$.
- c) Bestimmen Sie den Punktewert, den die besten 10 % mindestens erreichen.
- d) Erläutern Sie, warum Werte über 15 in diesem Modell trotzdem auftreten können und wie man damit umgeht.

S21) Vierfeldertafel – Streaming-Abo

40 % haben ein Streaming-Abo (A). 25 % nutzen zusätzlich lineares TV (T). Von den Abo-Nutzern nutzen 30 % auch lineares TV.

- a) Erstellen Sie eine Vierfeldertafel (mit Anteilen).
- b) Bestimmen Sie $P(A \cap T)$.
- c) Bestimmen Sie $P(A | T)$.
- d) Prüfen Sie die Unabhängigkeit von A und T.

S22) Baumdiagramm – Bewerbungen

50 % der Bewerber erfüllen die formalen Kriterien (F). Von diesen werden 40 % eingeladen (E).

Von den Bewerbern ohne formale Kriterien werden 10 % eingeladen.

- a) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm.
- b) Bestimmen Sie $P(E)$.
- c) Bestimmen Sie $P(F | E)$.
- d) Interpretieren Sie c) im Kontext Auswahlverfahren.

S23) Binomial – Ausschussgrenze

Ein Hersteller garantiert, dass höchstens 3 % der Produkte defekt sind. In einer Stichprobe von 60 Produkten werden 5 Defekte gefunden.

- a) Modellieren Sie die Anzahl der Defekte unter der Annahme $p = 0,03$.
- b) Bestimmen Sie $P(X \geq 5)$.
- c) Beurteilen Sie auf Basis von b), ob 5 Defekte ungewöhnlich sind.
- d) Formulieren Sie eine kurze Entscheidung (Verdacht ja/nein) und begründen Sie.

S24) Normalapproximation zur Binomialverteilung

$X \sim B(200; 0,4)$.

- a) Bestimmen Sie Erwartungswert und Standardabweichung.
- b) Begründen Sie, warum eine Normalapproximation sinnvoll sein kann.
- c) Nähern Sie $P(70 \leq X \leq 90)$ mit der Normalverteilung an.
- d) Interpretieren Sie das Ergebnis.

S25) Kombinierte Modellierung – Paketverluste

Bei einem Versanddienst gehen 1,5 % der Pakete verloren. An einem Tag werden 120 Pakete verschickt.

- a) Modellieren Sie die Anzahl verlorener Pakete mit einer passenden Verteilung.

- b) Bestimmen Sie $P(\text{genau 0 Verluste})$.
- c) Bestimmen Sie $P(\text{höchstens 2 Verluste})$.
- d) Bestimmen Sie den Erwartungswert und interpretieren Sie ihn für die Tagesplanung.