Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

Stochastik - Lösungen

Abitur Basiskurs – Baden-Württemberg

S1) Münzwürfe - Binomialverteilung

Faire Münze wird 12-mal geworfen: $n = 12, p = 0{,}5$

a) P(genau 7 Kopf)

$$X \sim B(12;\ 0{,}5)$$

$$P(X = 7) = \binom{12}{7} \cdot 0,5^7 \cdot 0,5^5 = 792 \cdot (0{,}5)^{12}$$

$P(X = 7) = \frac{792}{4096} \approx 0{,}1934$ oder 19,34%

b) P(höchstens 3 Kopf)

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

$$= \binom{12}{0} \cdot 0,5^{12} + \binom{12}{1} \cdot 0,5^{12} + \binom{12}{2} \cdot 0,5^{12} + \binom{12}{3} \cdot 0,5^{12}$$

$$= \frac{1 + 12 + 66 + 220}{4096}$$

$= \frac{299}{4096} \approx 0{,}0730$ oder 7,30%

c) Erwartungswert und Standardabweichung

$$E(X) = n \cdot p = 12 \cdot 0{,}5 = 6$$

$$\mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1 - p) = 12 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 3$$

$$\sigma = \sqrt{3} \approx 1{,}732$$

d) Interpretation
Im Durchschnitt (bei wiederholten 12-fachen Würfen) erwartet man 6 Kopf-Würfe.

S2) Trefferquote - Bernoulli-Kette

Freiwurfquote $p = 0{,}65, n = 10$ Würfe

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

a) P(genau 8 Treffer)

$$X \sim B(10;\ 0{,}65)$$

$$P(X=8) = \binom{10}{8} \cdot 0,65^8 \cdot 0,35^2$$

$= 45 \cdot 0{,}0318 \cdot 0{,}1225 \approx 0{,}1757$ oder 17,57%

b) P(mindestens 7 Treffer)

$$P(X \geq 7) = P(X=7) + P(X=8) + P(X=9) + P(X=10)$$

$$= \binom{10}{7} \cdot 0,65^7 \cdot 0,35^3 + \binom{10}{8} \cdot 0,65^8 \cdot 0,35^2 + \binom{10}{9} \cdot 0,65^9 \cdot 0,35^1 + \binom{10}{10} \cdot 0,65^{10}$$

$$P(X \geq 7) \approx 0{,}5138 \approx 51{,}38\%$$

c) Erwartungswert und Standardabweichung

$$E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}65 = 6{,}5$$

$$\mathrm{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1-p) = 10 \cdot 0{,}65 \cdot 0{,}35 = 2{,}275$$

$$\sigma = \sqrt{2{,}275} \approx 1{,}508$$

d) Warum Binomialmodell passt

- Feste Anzahl von Versuchen (10 Würfe)
- Konstante Erfolgswahrscheinlichkeit ($p = 0{,}65$)
- Unabhängige Versuche
- Nur zwei Ausgänge pro Versuch (Treffer/Fehlwurf)

S3) Qualitätskontrolle - Stichprobe

Defektquote $p = 0{,}04$, Stichprobe $n = 25$

a) Modellierung

$$X = \text{Anzahl der Defekte} \sim B(25;\ 0{,}04)$$

b) P(genau 2 Defekte)

$$P(X=2) = \binom{25}{2} \cdot 0,04^2 \cdot 0,96^{23}$$

$$= 300 \cdot 0{,}0016 \cdot 0{,}3911$$

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

$\approx$ 0,1877 oder 18,8%

c) P(höchstens 1 Defekt)

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$$= \binom{25}{0} \cdot 0,04^0 \cdot 0,96^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0,04^1 \cdot 0,96^{24}$$

$$= 0{,}3604 + 0{,}3754$$

$\approx$ 0,7358 oder 73,58%

d) Erwartungswert

$$E(X) = n \cdot p = 25 \cdot 0{,}04 = 1$$

Im Durchschnitt ist mit genau 1 Defekt pro 25er Stichprobe zu rechnen.

S4) Rücklaufquote - Marketing

Rücklaufquote $p = 0{,}12$, $n = 40$ Personen

a) P(genau 6 Personen reagieren)

$$X \sim B(40;\ 0{,}12)$$

$$P(X = 6) = \binom{40}{6} \cdot 0,12^6 \cdot 0,88^{34} \approx 0{,}1485 \approx 14{,}85\%$$

b) P(mindestens 8 Personen reagieren)

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$$

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) \approx 0{,}0996 \approx 9{,}96\%$$

c) Erwartungswert und Standardabweichung

$$E(X) = 40 \cdot 0{,}12 = 4{,}8$$

$$\sigma = \sqrt{40 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}88} = \sqrt{4{,}224} \approx 2{,}055$$

d) Bedeutung von ‘mindestens’
‘Mindestens 8’ bedeutet: 8 oder mehr Personen reagieren, also $X \geq 8$.

S5) Baumdiagramm - Versandarten

Dienst A: 70%, Verspätung 2%; Dienst B: 30%, Verspätung 5%

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

a) Baumdiagramm
Erste Stufe: A (0,70) / B (0,30)

Zweite Stufe: V (Verspätung) / NV (pünktlich)

$$P(A \cap V) = 0{,}70 \cdot 0{,}02 = 0{,}014$$

$$P(A \cap NV) = 0{,}70 \cdot 0{,}98 = 0{,}686$$

$$P(B \cap V) = 0{,}30 \cdot 0{,}05 = 0{,}015$$

$$P(B \cap NV) = 0{,}30 \cdot 0{,}95 = 0{,}285$$

b) P(verspätet)

$$P(V) = P(A \cap V) + P(B \cap V)$$

$= 0{,}014 + 0{,}015 = 0{,}029$ oder 2,9%

c) P(B | verspätet)

$$P(B \mid V) = \frac{P(B \cap V)}{P(V)} = \frac{0{,}015}{0{,}029}$$

$\approx 0{,}5172$ oder 51,72%

d) Interpretation
Falls ein Paket verspätet ankommt, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass es mit Dienst B verschickt wurde, etwa 52%.

S6) Vierfeldertafel - Fitnesskurs

45% Männer, 30% Männer mit Krafttraining, 20% Frauen mit Krafttraining

a) Vierfeldertafel

	Kraft	Kein Kraft	Summe
Männer	0,135	0,315	0,45
Frauen	0,110	0,440	0,55
Summe	0,245	0,755	1,00

b) P(Krafttraining)
$P(\text{Kraft}) = 0{,}135 + 0{,}110 = 0{,}245$ oder 24,5%

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

c) P(Mann | Krafttraining)

$$P(M \mid K) = \frac{P(M \cap K)}{P(K)} = \frac{0{,}135}{0{,}245}$$

≈ 0,551 oder 55,1%

d) Unabhängigkeit

$$P(M) \cdot P(K) = 0{,}45 \cdot 0{,}245 = 0{,}11025$$

$$P(M \cap K) = 0{,}135 \neq 0{,}11025$$

Geschlecht und Krafttraining sind nicht unabhängig.

S7) Vierfeldertafel - Fehlzeiten

18% mit F (>5 Fehlzeiten), 70% davon bestehen, 90% ohne F bestehen

a) Vierfeldertafel
Bestanden │ Nicht best. │ Summe

F (>5 Fehlz.) 0,126 │ 0,054 │ 0,18

Nicht F 0,738 │ 0,082 │ 0,82

Summe 0,864 │ 0,136 │ 1,00

b) P(B)
$P(B) = 0{,}126 + 0{,}738 = 0{,}864$ oder 86,4%

c) P(F | B)

$$P(F \mid B) = \frac{P(F \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}126}{0{,}864}$$

≈ 0,1458 oder 14,58%

d) Interpretation
Von den Schülern, die die Klausur bestanden, hatten etwa 14,6% mehr als 5 Fehlzeiten.

Es gibt einen negativen Zusammenhang: Mehr Fehlzeiten → weniger Erfolg.

S8) Bedingte Wahrscheinlichkeit - Urne mit Zurücklegen

3 rote, 7 blaue Kugeln; 5-mal mit Zurücklegen: $p = 0{,}3$, $n = 5$

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

a) P(genau 2 rote)

$$X \sim B(5;\ 0{,}3)$$

$$P(X=2) = \binom{5}{2} \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^3$$

$= 10 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}343 \approx 0{,}3087$ oder 30,87%

b) P(mindestens 1 rote)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$$

$$= 1 - \binom{5}{0} \cdot 0,3^0 \cdot 0,7^5$$

$= 1 - 0{,}16807 \approx 0{,}8319$ oder 83,19%

c) Erwartungswert und Standardabweichung

$$E(X) = 5 \cdot 0{,}3 = 1{,}5$$

$$\sigma = \sqrt{5 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} = \sqrt{1{,}05} \approx 1{,}025$$

d) Begründung Binomialverteilung

- Feste Anzahl von Versuchen (5 Ziehungen)
- Durch Zurücklegen bleibt $p = 0{,}3$ konstant
- Versuche sind unabhängig

S9) Urne ohne Zurücklegen - Hypergeometrisch verteilt

6 rote, 4 blaue Kugeln; 3 Kugeln ohne Zurücklegen

a) P(genau 2 rote)
Hypergeometrische Verteilung:

$$P(X=2) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{10}{3}}$$

$= \frac{15 \cdot 4}{120} = \frac{60}{120} = 0{,}5$ oder 50%

b) P(mindestens 1 blaue)

$$P(\text{mind. 1 blau}) = 1 - P(0\text{ blau}) = 1 - P(3\text{ rote})$$

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

$$P(X=3)=\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{4}{0}}{\binom{10}{3}}$$

$$=\frac{20\cdot 1}{120}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$$

$P(\text{mind. 1 blau})=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}\approx 0{,}833$ oder 83,3%

c) Vergleich mit Zurücklegen
Mit Zurücklegen: $p=0{,}6$ konstant, $p_{\text{ohne}}=0{,}6$ (im Schnitt ähnlich)

Ohne Zurücklegen: p ändert sich nach jedem Zug, Abhängigkeit vorhanden

Die Wahrscheinlichkeiten ähneln sich bei großer Population.

d) Warum kein Binomialmodell

- Abhängigkeit zwischen Ziehungen (ohne Zurücklegen)
- p ändert sich nach jedem Zug
- Gesamtzahl ist begrenzt (nur 10 Kugeln)

S10) Normalverteilung - Körpergröße

$$X\sim N(173;\ 7^2)$$

a) P(X < 165)

$$Z=\frac{165-173}{7}=\frac{-8}{7}\approx -1{,}143$$

$P(Z<-1{,}143)\approx 0{,}1243$ oder 12,43%

b) P(170 < X < 185)

$$Z_1=\frac{170-173}{7}\approx -0{,}429$$

$$Z_2=\frac{185-173}{7}\approx 1{,}714$$

$P(-0{,}429<Z<1{,}714)\approx 0{,}9570-0{,}3341=0{,}6229$ oder 62,29%

c) 90%-Quantil
Für das 90%-Quantil gilt: $x=\mu+z_{0,90}\cdot\sigma$ mit $z_{0,90}\approx 1{,}282$.

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

$x \approx 173 + 1{,}282 \cdot 7 \approx 181{,}97$ cm ($\approx 182{,}0$ cm).

d) Bedeutung 90%-Quantil
90% der Werte liegen bei hoechstens $x \approx 181{,}97$ cm, also gerundet bei hoechstens 182 cm.

S11) Normalverteilung - Füllmenge

$$X \sim N(500;\ 8^2)$$

a) P(X < 490)

$$Z = \frac{490 - 500}{8} = -1{,}25$$

$P(Z < -1{,}25) \approx 0{,}1056$ oder 10,56%

b) P(495 < X < 510)

$$Z_1 = \frac{495 - 500}{8} = -0{,}625$$

$$Z_2 = \frac{510 - 500}{8} = 1{,}25$$

$P(-0{,}625 < Z < 1{,}25) \approx 0{,}8944 - 0{,}2660 = 0{,}6284$ oder 62,84%

c) 5%-Quantil

$$z_{0,05} \approx -1{,}645$$

$x = 500 + (-1{,}645) \cdot 8 \approx 486{,}84$ ml

Nur 5% der Flaschen unterschreiten ca. 487 ml.

d) Interpretation Unterfüllung
Bei einer Grenze von 487 ml sind ca. 5% Unterfüllungen zu erwarten.

Dies liegt im normalen Variationsbereich der Maschine.

S12) Normalverteilung - Bearbeitungszeit

$$X \sim N(35;\ 6^2)$$

a) P(X > 45)

$$Z = \frac{45 - 35}{6} \approx 1{,}667$$

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

$P(Z > 1{,}667) \approx 1 - 0{,}9525 = 0{,}0475$ oder 4,75%

b) P(30 < X < 40)

$$Z_1 = \frac{30 - 35}{6} \approx -0{,}833$$

$$Z_2 = \frac{40 - 35}{6} \approx 0{,}833$$

$P(-0{,}833 < Z < 0{,}833) \approx 0{,}7967 - 0{,}2033 = 0{,}5934$ oder 59,34%

c) Zeit für 80% schneller

$$z_{0,80} \approx 0{,}842$$

$t = 35 + 0{,}842 \cdot 6 \approx 40{,}05$ min

d) Bedeutung von σ
$\sigma = 6$ min ist die Standardabweichung.

Sie misst, wie stark die Bearbeitungszeiten um den Mittelwert (35 min) streuen.

S13) Binomial - Mindesttreffer

Elfmeterquote $p = 0{,}25$, $n = 8$

a) P(genau 2 gehaltene)

$$X \sim B(8;\ 0{,}25)$$

$$P(X = 2) = \binom{8}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^6$$

$= 28 \cdot 0{,}0625 \cdot 0{,}1779 \approx 0{,}3115$ oder 31,15%

b) P(mindestens 3 gehaltene)

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)]$$

$\approx 1 - 0{,}6785 = 0{,}3215$ oder 32,15%

c) Erwartungswert

$$E(X) = 8 \cdot 0{,}25 = 2$$

d) Beurteilung
Die Aussage ist richtig: Im Mittel hält der Torwart genau 2 Elfmeter von 8.

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

S14) Binomial - Annahmebereich

$p = 0{,}90, n = 20$ beobachtete Signale

a) P(genau 18)

$$X \sim B(20;\ 0{,}90)$$

$$P(X = 18) = \binom{20}{18} \cdot 0,90^{18} \cdot 0,10^2$$

$= 190 \cdot 0{,}1216 \cdot 0{,}01 \approx 0{,}2852$ oder 28,52%

b) P(mindestens 18)

$$P(X \geq 18) = P(X = 18) + P(X = 19) + P(X = 20)$$

$\approx 0{,}2852 + 0{,}2702 + 0{,}1216 = 0{,}6770$ oder 67,70%

c) Erwartungswert und Standardabweichung

$$E(X) = 20 \cdot 0{,}90 = 18$$

$$\sigma = \sqrt{20 \cdot 0{,}90 \cdot 0{,}10} = \sqrt{1{,}8} \approx 1{,}342$$

d) Reklamationswahrscheinlichkeit

$$P(X < 16) = P(X \leq 15)$$

$\approx 0{,}0432$ oder 4,32%

Das Gerät wird mit ca. 4,3% Wahrscheinlichkeit zu Unrecht reklamiert.

S15) Vierfeldertafel - Diagnosetest

1% krank, Sensitivität 95%, Spezifität 92%

a) Vierfeldertafel für 10.000 Personen
Gegeben: 1% krank, Sensitivität 95%, Spezifität 92%, Gesamt: 10.000 Personen.

Krank: 100 $\rightarrow$ Test+ $= 95$, Test- $= 5$.

Nicht krank: 9.900 $\rightarrow$ Spezifität 92% $\Rightarrow$ Test- $= 0{,}92 \cdot 9.900 = 9.108$; Test+ (falsch positiv) $= 9.900 - 9.108 = 792$.

Vierfeldertafel (absolute Häufigkeiten):

	Test +	Test -	Summe

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

	Test +	Test -	Summe
Krank	95	5	100
Nicht krank	792	9108	9900
Summe	887	9113	10000

b) P(Test positiv)

$$P(\text{Test positiv}) = \frac{887}{10000} = 0{,}0887 = 8{,}87\%$$

c) P(K | positiv)

$$P(K \mid \text{positiv}) = \frac{95}{887} \approx 0{,}1071 \approx 10{,}71\%$$

d) Interpretation
Interpretation: Obwohl der Test viele Kranke erkennt, betraegt die Wahrscheinlichkeit, bei positivem Test tatsaechlich krank zu sein, $P(K \mid +) = \frac{95}{887} \approx 0{,}1071 \approx 10{,}71\%$. Grund: Die Krankheit ist selten (Basisrate), daher gibt es im Vergleich zu den echten Positiven relativ viele falsch-positive Ergebnisse.

S16) Unabhängigkeit prüfen

$P(A) = 0{,}6$, $P(B) = 0{,}4$, $P(A \cap B) = 0{,}18$

a) P(A∪B)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}18 = 0{,}82$$

b) Unabhängigkeit prüfen
Wenn A und B unabhängig: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A) \cdot P(B) = 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$$

$$P(A \cap B) = 0{,}18 \neq 0{,}24$$

A und B sind nicht unabhängig.

c) P(A | B)

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}18}{0{,}4} = 0{,}45$$

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

d) Interpretation

$$P(A \mid B) = 0{,}45 < P(A) = 0{,}6$$

Ereignis B wirkt hemmend auf A: Wenn B eintritt, ist A weniger wahrscheinlich.

S17) Gegenwahrscheinlichkeit - Mindestens einmal

Pünktlichkeitsquote $p = 0{,}85$, $n = 6$ Tage

a) P(alle 6 Tage pünktlich)
$P(X = 6) = 0,85^6 \approx 0{,}3771$ oder 37,71%

b) P(mindestens 1 Tag unpünktlich)

$$P(\text{mind. 1 unpünktlich}) = 1 - P(\text{0 unpünktlich})$$

$$= 1 - P(\text{alle 6 pünktlich})$$

$= 1 - 0{,}3771 = 0{,}6229$ oder 62,29%

c) Erwartungswert und Standardabweichung
$E(X) = 6 \cdot 0{,}85 = 5{,}1$ Tage

$$\sigma = \sqrt{6 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}15} = \sqrt{0{,}765} \approx 0{,}875$$

d) Warum Gegenwahrscheinlichkeit
Bei ‘mindestens 1’ müsste man $P(1) + P(2) + \cdots + P(6)$ rechnen (6 Terme).

Mit Gegenwahrscheinlichkeit: nur $1 - P(0)$, also wesentlich einfacher.

S18) Erwartungswert - Zufallsgewinn

Los kostet 2 €, Gewinn 30 € mit $p = 0{,}05$, sonst 0 €

a) Erwartungswert des Gewinns
Auszahlung: 30 € mit $p = 0{,}05$, 0 € mit $p = 0{,}95$

$E(\text{Auszahlung}) = 30 \cdot 0{,}05 + 0 \cdot 0{,}95 = 1{,}50$ €

Gewinn $=$ Auszahlung $-$ Einsatz $= 1{,}50 - 2{,}00 = -0{,}50$ €

b) Fairness des Spiels
Der erwartete Gewinn ist $-0{,}50$ € < 0.

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

Das Spiel ist nicht fair; der Veranstalter verdient im Schnitt 0,50 € pro Los.

c) Varianz
$E(Y) = 1{,}50$ €

$$E(Y^2) = 30^2 \cdot 0{,}05 + 0^2 \cdot 0{,}95 = 45$$

$$\mathrm{Var}(Y) = 45 - 1,50^2 = 45 - 2{,}25 = 42{,}75$$

d) Interpretation Varianz
Die Varianz 42,75 (bzw. $\sigma \approx 6{,}54$ €) zeigt hohe Unsicherheit:

Mal gewinnt man viel (30 €), meist verliert man (0 €).

S19) Binomial - Schätzwert

Rücklaufquote $p = 0{,}35$, $n = 50$ Personen

a) P(genau 20 Antworten)

$$X \sim B(50;\ 0{,}35)$$

$$P(X = 20) \approx 0{,}0875 \approx 8{,}75\%$$

b) P(mindestens 20 Antworten)

$$P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19)$$

$$P(X \geq 20) \approx 0{,}2736 \approx 27{,}36\%$$

c) Erwartungswert und Standardabweichung

$$E(X) = 50 \cdot 0{,}35 = 17{,}5$$

$$\sigma = \sqrt{50 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}65} = \sqrt{11{,}375} \approx 3{,}37$$

d) Typisches Intervall

$$E(X) \pm \sigma = 17{,}5 \pm 3{,}37 \approx [14{,}1;\ 20{,}9]$$

Gerundet: [14; 21] Antworten

Mit ca. 68% Wahrscheinlichkeit liegen die Antworten zwischen 14 und 21.

S20) Normalverteilung - Notenpunkte

$X \sim N(7{,}5;\ 2,0^2)$, maximal 15 Punkte

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

a) P(X ≥ 10)

$$Z = \frac{10 - 7{,}5}{2{,}0} = 1{,}25$$

$P(Z \geq 1{,}25) = 1 - 0{,}8944 = 0{,}1056$ oder 10,56%

b) P(5 ≤ X ≤ 9)

$$Z_1 = \frac{5 - 7{,}5}{2{,}0} = -1{,}25$$

$$Z_2 = \frac{9 - 7{,}5}{2{,}0} = 0{,}75$$

$P(-1{,}25 \leq Z \leq 0{,}75) \approx 0{,}7734 - 0{,}1056 = 0{,}6678$ oder 66,78%

c) 90%-Quantil

$$z_{0,90} \approx 1{,}282$$

$x = 7{,}5 + 1{,}282 \cdot 2{,}0 \approx 10{,}06$ Punkte

d) Werte über 15 Punkte
Die Normalverteilung erstreckt sich theoretisch bis $\pm\infty$.

In der Praxis: Entweder die 15-Punkte-Grenze beachten oder

$P(X > 15) = P(Z > 3{,}75) \approx 0{,}00009$ ist vernachlässigbar.

S21) Vierfeldertafel - Streaming-Abo

40% mit Abo (A), 25% nutzen TV (T), von A-Nutzern 30% auch TV

a) Vierfeldertafel
T | Nicht-T | Summe

Abo 0,12 | 0,28 | 0,40

Kein Abo 0,13 | 0,47 | 0,60

Summe 0,25 | 0,75 | 1,00

b) P(A ∩ T)

$$P(A \cap T) = 0{,}12$$

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

c) P(A | T)

$$P(A \mid T) = \frac{P(A \cap T)}{P(T)} = \frac{0{,}12}{0{,}25} = 0{,}48$$

d) Unabhängigkeit

$$P(A) \cdot P(T) = 0{,}40 \cdot 0{,}25 = 0{,}10$$

$$P(A \cap T) = 0{,}12 \neq 0{,}10$$

A und T sind nicht unabhängig (Abo-Nutzer nutzen TV häufiger).

S22) Baumdiagramm - Bewerbungen

50% erfüllen formale Kriterien (F), von diesen 40% eingeladen (E),

von Nicht-F 10% eingeladen

a) Baumdiagramm
Erste Stufe: F (0,50) / Nicht-F (0,50)

Zweite Stufe: $E \mid F$ (0,40), Nicht-$E \mid F$ (0,60)

$E \mid$ Nicht-F (0,10), Nicht-$E \mid$ Nicht-F (0,90)

b) P(E)

$$P(E) = P(F) \cdot P(E \mid F) + P(\overline{F}) \cdot P(E \mid \overline{F})$$

$$= 0{,}50 \cdot 0{,}40 + 0{,}50 \cdot 0{,}10$$

$= 0{,}20 + 0{,}05 = 0{,}25$ oder 25%

c) P(F | E)

$$P(F \mid E) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}20}{0{,}25} = 0{,}80$$

d) Interpretation
80% der Eingeladenen erfüllten die formalen Kriterien.

Dies zeigt, dass formale Kriterien ein starker Prädiktor für Einladung sind.

S23) Binomial - Ausschussgrenze

Hersteller garantiert $p = 0{,}03$, Stichprobe $n = 60$, 5 Defekte gefunden

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

a) Modellierung

$$X = \text{Anzahl Defekte} \sim B(60;\ \ 0{,}03)$$

b) P(X ≥ 5)

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$$

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) \approx 0{,}0340 \approx 3{,}40\%$$

c) Sind 5 Defekte ungewöhnlich?
5 Defekte sind damit eher selten (≈ 3,4%), aber nicht unmöglich.

d) Entscheidung
Entscheidung (Begruendung): Unter der Annahme $p = 0{,}03$ und $n = 60$ gilt $P(X \geq 5) \approx 0{,}034 \approx 3{,}4\%$. Das Ereignis 'mindestens 5 Defekte' ist damit relativ selten. Daher ist ein Verdacht plausibel, dass die Defektquote groesser als 3% sein koennte (ggf. weitere Stichprobe/Pruefung veranlassen).

Oder: Die Wahrscheinlichkeit, bei einer tatsächlichen Defektquote von 3% mindestens 5 Defekte zu beobachten, liegt bei nur 3,4%, das spricht gegen die Garantie.

S24) Normalapproximation zur Binomialverteilung

$$X \sim B(200;\ \ 0{,}4)$$

a) Erwartungswert und Standardabweichung

$$E(X) = 200 \cdot 0{,}4 = 80$$

$$\sigma = \sqrt{200 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6} = \sqrt{48} \approx 6{,}93$$

b) Begründung Normalapproximation
$n = 200 > 30, n \cdot p = 80 > 10, n \cdot (1 - p) = 120 > 10$

Die Bedingungen sind erfüllt; Normalapproximation ist zulässig.

c) P(70 ≤ X ≤ 90) mit Stetigkeitskorrektur
Mit Korrektur: $P(69{,}5 < X < 90{,}5)$

$$Z_1 = \frac{69{,}5 - 80}{6{,}93} \approx -1{,}515$$

$$Z_2 = \frac{90{,}5 - 80}{6{,}93} \approx 1{,}515$$

Karsten Keßler
tutor@kkessler.de
tutor.kkessler.de
14.02.2026

$P(-1{,}515 < Z < 1{,}515) \approx 0{,}9346 - 0{,}0654 = 0{,}8692$ oder 86,92%

d) Interpretation
Mit etwa 87% Wahrscheinlichkeit liegen zwischen 70 und 90 Treffer vor.

S25) Kombinierte Modellierung - Paketverluste

Verlustquote $p = 0{,}015$, $n = 120$ Pakete pro Tag

a) Modellierung

$$X = \text{Anzahl verlorener Pakete} \sim B(120;\ \ 0{,}015)$$

Oder ($\lambda = np = 1{,}8$): $X \sim \text{Poisson}(1{,}8)$ als Approximation

$X \sim B(120;\ \ 0{,}015)$ (Poisson-Approximation mit $\lambda = np = 1{,}8$ ist zusätzlich möglich).

b) P(genau 0 Verluste)

$$P(X = 0) = 0{,}985^{120} \approx 0{,}1631 \approx 16{,}31\%$$

(Poisson: $P(X = 0) = e^{-1{,}8} \approx 0{,}1653$)

c) P(höchstens 2 Verluste)

$$P(X \leq 2) = P(0) + P(1) + P(2) \approx 0{,}7310 \approx 73{,}10\%$$

Poisson-Approximation liefert sehr ähnliche Werte; die exakten Binomialwerte oben sind maßgeblich.

d) Erwartungswert und Interpretation
$E(X) = 120 \cdot 0{,}015 = 1{,}8$ Pakete

Pro Tag sind durchschnittlich 1,8 Paketverluste zu erwarten.

Für die Tagesplanung: Mit ca. 75% Wahrscheinlichkeit maximal 2 Verluste.